

考虑横截面形状和几何尺寸的 弹簧优化的两步式策略

李重华¹, 刘丰睿¹, 叶振信², 赵丽滨¹

(1. 北京航空航天大学宇航学院, 100191, 北京; 2. 北京宇航系统工程研究所, 100076, 北京)

摘要: 针对弹簧优化设计中理论公式设计局限性大和有限元方法对多变量和多约束的优化设计效率低的问题, 提出了一种考虑横截面形状和几何尺寸的弹簧优化的两步式策略。该策略利用密圈弹簧的理论计算公式结合多起点搜索方法对弹簧几何尺寸进行优化; 采用有限元方法建立可以考虑截面形状变化的弹簧模型, 用几何尺寸最优解为初值, 采用零阶方法同时对截面形状和几何尺寸进行优化获得最优解。仿真结果表明: 两步式策略能同时考虑横截面形状和几何尺寸进行弹簧优化设计, 拓展了弹簧的设计范围; 通过将两步式的优化策略结果与直接进行基于有限元方法的优化结果相比发现, 优化时间减少了 55.86%, 两步式策略效率较高, 降低了有限元优化的迭代次数; 优化目标提高了 14.31%, 改善了出现局部最优解的情况。

关键词: 弹簧; 优化设计; 有限元方法; 截面形状; 几何尺寸

中图分类号: TH135 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202011009 **文章编号:** 0253-987X(2020)11-0074-07



OSID 码

A Two-Step Strategy for Spring Optimization Considering Section Shape and Geometry Size

LI Zhonghua¹, LIU Fengrui¹, YE Zhenxin², ZHAO Libin¹

(1. School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Beijing Institute of Aerospace Systems Engineering, Beijing 100076, China)

Abstract: Aiming at the limitation of theoretical formula design and the low efficiency of finite element method for multi-variable and multi-constraint optimization in spring optimization design, a two-step strategy for spring optimization considering section shape and geometry size is proposed. In the first step, geometry sizes of the spring is optimized with the helical spring theoretical formulae combined with the multi-start search algorithm. In the second step, a spring model considering cross-section shape is established by the finite element method. The optimal solution of geometry sizes is taken as the initial value, and the cross-section shape as well as geometry sizes are optimized by the zero-order method to acquire the optimal solution. Simulation results show that the two-step strategy can optimize the spring design by considering section shape and geometry size, expanding the design range of the spring. Compared with the results optimized directly based on FEM, the calculation time of the two-step optimization strategy is reduced by 55.86%, which shows that the two-step strategy is efficient to reduce the iterative number of FEM optimization. Optimization objective is increased by 14.31%, and the local

optimal solution is improved.

Keywords: spring; optimal design; finite element method; section shape; geometry size

弹簧具有优良的减震^[1-2]、储能^[3]以及紧压^[4]等功能,结构类型繁多,因此在航空航天飞行器结构中应用广泛。弹簧结构的设计受到具体约束条件的限制,但是因为弹簧是相对独立的构件,在给定约束后可以通过对其结构参数开展优化而获得最优的设计方案,不用考虑与其他结构的协同优化。弹簧结构有多个参数,提出高效的优化策略可以提高弹簧结构的设计效率,具有重要的工程应用价值。

传统的密圈弹簧设计时一般采用试算法或半经验法^[5-6],但是由于弹簧参数之间相互关联,需要根据公式反复计算找到参数最佳值是非常费时费力的。对于设计空间受限的弹簧,例如导弹引信弹簧^[7]和汽车悬架弹簧^[8]等,安装高度、自由高度、全压缩高度和弹簧中径等限制条件多,目前提出了反推设计法^[7]。但是上述方法一般不能得到全局最优设计。优化设计方法的应用大大提高了弹簧设计水平。目前对于一般圆柱螺旋弹簧和矩形螺旋弹簧已经有基于弹簧理论公式^[9-10],并采用遗传算法^[11]、粒子群算法^[12]、随机方向搜索法^[13]或多起点搜索方法^[14]等进行优化设计。上述基于弹簧理论计算公式的优化计算效率高,但是不能对复杂弹簧进行优化,例如不规则截面弹簧丝的情况。另外还有基于有限元方法对弹簧结构进行分析的优化设计^[15],迭代优化方法采用响应面法^[16-17]、一阶优化方法^[18]等。有限元方法可以分析有不规则截面的弹簧应力和变形。虽然弹簧有限元模型的建模及分析计算量并不大,但是迭代优化过程中需要多次重复建模及分析,导致基于有限元方法的弹簧优化计算量很大。

综合上述两种方法的优点,提出了一种考虑横截面和几何尺寸并且计算效率较高的两步式优化策略。采用两步式优化策略对一个弹簧设计实例进行优化设计,将基于有限元方法的优化结果与两步式优化策略的优化结果进行比较,验证了两步式优化策略的高效性。

1 弹簧的两类优化设计方法

1.1 基于理论公式的弹簧优化方法

弹簧在承受轴向载荷时弹簧丝的变形主要有 3 种:①轴向载荷在弹簧丝上产生弯矩,弯矩使弹簧丝发生弯曲变形;②轴向载荷在弹簧丝上产生扭矩,扭矩使弹簧丝发生扭转变形;③轴向载荷是弹簧丝承

受的剪力,使弹簧丝发生剪切变形。这 3 种变形共同引起弹簧沿轴向的伸长。采用材料力学理论进行分析后可知,当弹簧螺旋角较小时,弹簧丝的扭转变形引起的弹簧伸长远大于弯曲变形和剪切变形引起的弹簧沿轴向的伸长。符合上述情况的弹簧称为密圈弹簧^[19]。图 1 给出了具有规则弹簧丝截面的圆柱和矩形螺旋密圈弹簧,这种弹簧的优化主要包含弹簧力学分析和优化两部分。

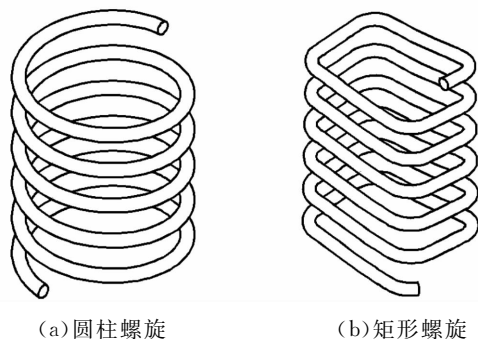


图 1 圆柱和矩形螺旋密圈弹簧

1.1.1 弹簧力学分析 对弹簧进行优化时,需要计算弹簧的刚度和弹簧丝的应力来对强度进行校核。

圆柱螺旋密圈弹簧的刚度 k 的理论计算式为

$$k = \frac{P}{\lambda} = \frac{Gd^4}{8D^3n} \quad (1)$$

式中: P 为轴向载荷; λ 为轴向伸长; G 为切变模量; d 为弹簧丝直径; D 为弹簧中径; n 为弹簧圈数。

弹簧丝的应力中扭转应力占主导^[6],强度校核时直接采用材料剪切强度。弹簧上最大剪切应力为

$$\tau_{\max} = \frac{PD/2}{\pi d^3/16} = \frac{8PD}{\pi d^3} \quad (2)$$

矩形螺旋密圈弹簧的刚度 k 的理论计算式^[9]为

$$k = \frac{P}{\lambda} = \frac{Gd^4}{8a^3\kappa n} \quad (3)$$

式中: κ 为变形修正系数,与材料的泊松比 μ 、矩形弹簧圈的长边长 a 、短边长 b 和圆角半径 r 有关, κ 的计算公式为

$$\kappa = \xi_1 + \frac{2}{1+\mu}\xi_2 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \xi_1 = & (2-6/\pi)(2r/b)^3(b/a)^3 + (2/\pi-1)(2r/b)^2 \cdot \\ & (b/a)^2 + (2/\pi-1)(2r/b)^2(b/a)^3 + (1/2-2/\pi) \cdot \\ & (2r/b)(b/a) + (1/2-2/\pi)(2r/b)(b/a)^3 + \\ & (2/\pi)(2r/b)(b/a)^2 + (2/\pi)(b/a) + (2/\pi)(b/a)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \xi_2 = & (1/2 - 5/3\pi)(2r/b)^3(b/a)^3 + (2/\pi - 1/2) \cdot \\ & (2r/b)^2(b/a)^2 + (2/\pi - 1/2)(2r/b)^2(b/a)^3 + \\ & (1/4 - 1/\pi)(2r/b)(b/a) + (1/4 - 1/\pi)(2r/b) \cdot \\ & (b/a)^3 - (1/\pi)(2r/b)(b/a)^2 + \\ & (1/3\pi)(b/a)^3 + 1/3\pi \end{aligned} \quad (6)$$

将圆柱螺旋密圈弹簧的最大剪切应力计算式(2)乘以应力修正系数,即可得到矩形螺旋弹簧的最大剪切应力为

$$\tau_{\max} = \frac{8Pa}{\pi d^3} \chi \quad (7)$$

式中 χ 为应力修正系数,其计算公式为

$$\begin{aligned} \chi = & [1 - 2(2r/b)(b/a) - 2(2r/b)(b/a)^2 + \\ & 2(2r/b)^2(b/a)^2 + (b/a)^2]^{1/2} + (2r/b)(b/a) \end{aligned} \quad (8)$$

1.1.2 多起点搜索优化方法 多起点搜索方法是一种全局优化方法,在可行域内随机生成多个初始设计方案,采用现有迭代局部搜索算法在每一个初始设计方案下开始优化。当随机生成的初始方案足够多时,多起点搜索算法可以得到全局最优解,虽然计算量大但是结果是全局最优解的可能性高,是合适的优化方法。基于理论公式和多起点搜索方法对弹簧进行优化^[14]主要分4个步骤。

步骤1 设置优化参数、求解的可行域以及约束条件。

步骤2 随机生成弹簧的一个初始设计方案,以序列二次规划法进行优化,期间用理论公式计算弹簧刚度和应力,得到从当前初始设计方案开始优化后的最优解。

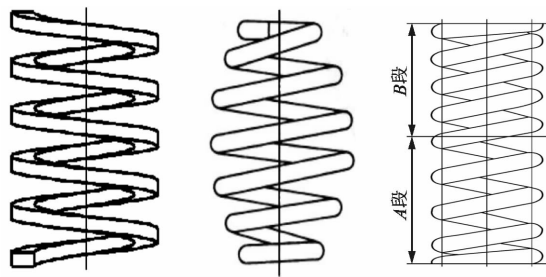
步骤3 取多次执行步骤2获得的所有最优解中最优的优化参数,作为方法当前的最优解。

步骤4 如果当前最优解在多次执行步骤2和3后几乎不变,则得到全局最优解,完成了优化;如果发生变化,则执行步骤2。

1.2 基于有限元方法的弹簧优化方法

采用有限元方法的优化与基于理论公式的优化相比不同点有:可以考虑横截面形状的影响,需要定义弹簧丝截面的变量,明确用变量描述横截面形状;建立弹簧的有限元模型进行刚度和应力计算。

基于有限元方法的弹簧优化方法还可以优化具有特别参数的弹簧,例如矩形截面弹簧^[6]、变中径弹簧^[20]、不等节距弹簧等^[21],如图2所示。对这类弹簧进行优化时存在的问题是弹簧几何参数和弹簧丝横截面参数同时存在,变量多、优化效率低。



(a)矩形截面弹簧 (b)变中径弹簧 (c)不等节距弹簧

图2 具有特别参数的弹簧

2 考虑截面形状的两步式优化策略

本文针对考虑弹簧丝横截面形状和几何尺寸的优化问题,提出两步式优化策略,具体优化设计流程如图3所示。

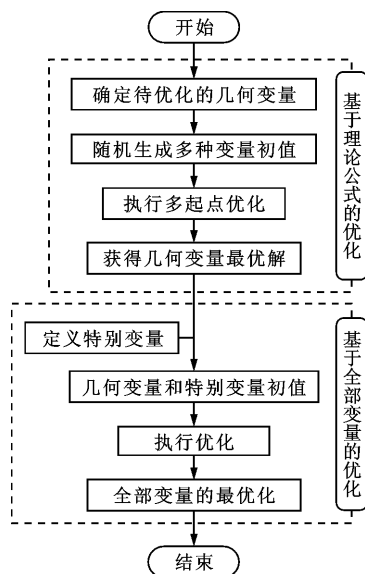


图3 两步式优化策略设计流程图

首先确定待优化的几何变量,然后利用多起点搜索方法进行优化,得到基于理论公式的优化结果。然后,定义能描述横截面形状变量并设定初值,将几何变量初值设为上一步最优值,建立弹簧有限元模型,采用 Ansys 软件提供的零阶优化方法进行优化。零阶优化方法是在一定随机抽样数的基础上,通过曲线拟合的方法确定设计变量、状态变量和目标函数的响应函数,从而寻求最优解,故又可称其为子问题方法。由于零阶优化方法是随机搜索,收敛的速度可能很慢,但是不易陷入局部极值点,有利于取得全局最优解。接下来具体介绍描述弹簧丝横截面的函数及弹簧的有限元模型。

2.1 弹簧丝横截面形状描述函数

理论上弹簧丝横截面可能是任意形状,需要将

轮廓线离散成大量点,以点的坐标变化实现横截面形状变化。但是点的数量多时优化变量多、计算量大。本文采用弹簧丝横截面上的极坐标内的特征点与三次样条曲线结合的方式。极坐标的原点取在弹簧丝横截面与弹簧螺旋线的交点上。极坐标轴与弹簧轴线平行,向上为 0° 方向,弹簧横截面描述函数如图 4 所示。在极坐标系上取 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 和 P_5 共 5 个点,坐标分别为 $(-90^\circ, r_1)$ 、 $(-45^\circ, r_2)$ 、 $(0^\circ, r_3)$ 、 $(45^\circ, r_4)$ 和 $(90^\circ, d/2)$,用 5 个点的三次样条曲线作为弹簧丝横截面的上轮廓线,以 P_1 和 P_5 连线作为对称轴,下轮廓线为上轮廓线的对称线。轮廓线共有 r_1 、 r_2 、 r_3 和 r_4 4 个变量。弹簧丝横截面形状变量取为 η_1 、 η_2 、 η_3 和 η_4 ,其中 $\eta_i = 2r_i/d$ 。上述取法可以降低弹簧丝横截面形状参数和弹簧几何尺寸参数在迭代优化过程中的耦合程度,有利于较快获得最优解。

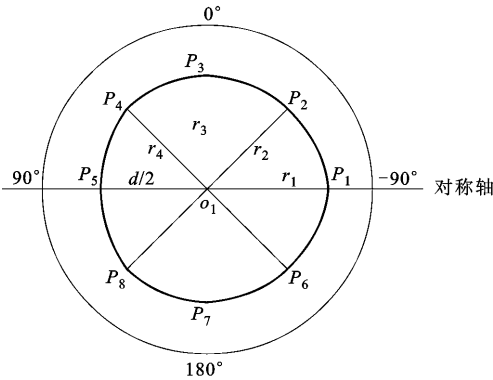


图 4 弹簧横截面描述函数

2.2 弹簧的有限元模型

建立弹簧有限元模型时,为了能分析弹簧丝横截面形状变化的影响,本文采用三维体单元建模。采用 Ansys 软件建模时建立螺旋线。为了使得弹簧丝沿轴向的应力比较均匀,螺旋线的圈数为半整数。在螺旋线一端建立垂直于螺旋线端部的工作平面,工作平面的 x 坐标与弹簧轴线平行,在工作平面内建立极坐标系并根据设计参数生成图 4 中 $P_1 \sim P_5$ 5 个点,并将其中的 P_2 、 P_3 和 P_4 相对于工作平面的 y 轴对称得到 P_6 、 P_7 和 P_8 ,采用 Ansys 软件的 Spline 工具依次连接 $P_1 \sim P_5$ 、 P_8 、 P_7 和 P_6 形成截面,通过横截面沿螺旋线的扫掠得到弹簧几何模型。用 Solid185 单元进行网格划分,约束弹簧丝一端面的平动位移 U_x 、 U_y 和 U_z ,在另一端面约束垂直于弹簧轴向的位移 U_x 和 U_y ,在弹簧轴向施加载荷 F_z ,获得弹簧的有限元模型,如图 5 所示。

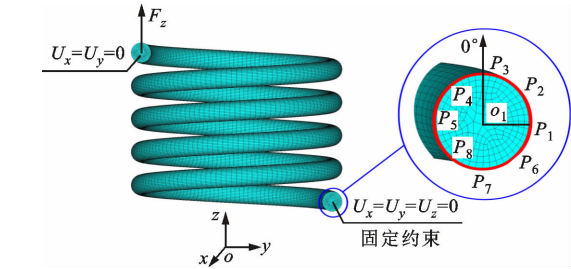


图 5 弹簧的有限元模型

3 弹簧优化设计结果与比较

3.1 弹簧优化实例

某安装空间受限的密圈拉伸弹簧,可以是圆柱螺旋弹簧或矩形螺旋弹簧;要求圈数为半整数,自由高度为 330 mm,圆柱螺旋弹簧中径或矩形螺旋弹簧边长在 100~200 mm 之间,旋绕比在 4~12 之间,最大变形时拉伸载荷为 5 kN。优化目标为使得允许拉伸变形 δ 最大。采用的材料为 65 号弹簧钢,弹性模量为 197 GPa,泊松比为 0.25,切变模量为 79 GPa,其许用剪切应力为 340 MPa。

选用螺旋形状弹簧,圈数为 n ,弹簧中径为 D ,矩形螺旋弹簧长边长和短边长分别为 a 、 b ,弹簧丝直径为 d ,弹簧丝横截面形状变量为 η_i ,建立弹簧优化的数学模型,弹簧参数的初始值和取值范围如表 1 所示。

表 1 弹簧参数的初始值和取值范围

参数	初始值	取值范围
弹簧圈形状	矩形	矩形,圆形
圈数 n	9.5	[6.5,11.5]
矩形弹簧圈长边长 a/mm	200	[100,200]
矩形弹簧圈短边长 b/mm	200	[100,200]
矩形弹簧圈圆角半径 r/mm	20	[20,50]
弹簧丝直径 d/mm	24	[10,24]
圆柱弹簧中径 D/mm	150	[100,200]
形状变量 η_1	1.0	[0.6,1.4]
形状变量 η_2	1.0	[0.6,1.4]
形状变量 η_3	1.0	[0.6,1.4]
形状变量 η_4	1.0	[0.6,1.4]

3.2 基于有限元方法的弹簧优化结果

本文首先基于有限元方法进行弹簧优化。以表 1 中的参数为初值,采用根据 2.1 和 2.2 节的有限元建模方法编制的 Ansys 自动建模程序和 Ansys 中提供的零阶优化方法进行优化。优化过程中当弹簧最大允许拉伸变形在连续 30 次迭代中变化小于

0.1%时,优化过程收敛。计算时采用的个人计算机的性能参数为:AMD Ryzen 7 2700 Eight-Core 处理器,32GB 内存,操作系统为 Win10,Ansys 软件采用 6 个处理器核心进行并行计算。

图 6 给出了基于有限元方法优化的弹簧允许拉伸变形随迭代次数的变化情况,经过 155 次迭代后获得最优解,总花费时间为 62.3 min。

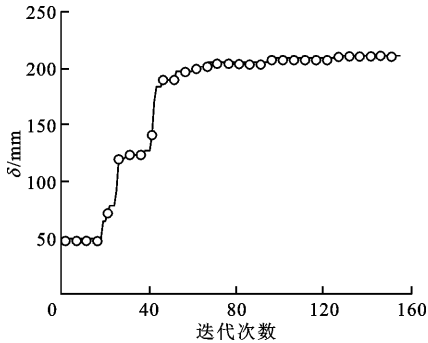


图 6 基于有限元方法优化的弹簧允许拉伸变形随迭代次数的变化情况

3.3 两步式优化策略优化结果

3.3.1 基于理论公式的优化 在 Matlab 中编制圆柱螺旋密圈弹簧和矩形螺旋密圈弹簧的理论公式,计算弹簧刚度和应力;并利用多起点搜索方法和序列二次规划(SQP)法对弹簧圈形状和 n 、 D 、 d 进行优化,得到最优解如表 2 所示。

表 2 基于理论公式的优化方法的优化结果

参数	计算结果
弹簧圈形状	圆形
圈数 n	9.5
圆柱弹簧中径 D/mm	200.0
弹簧丝直径 d/mm	20.8
最大载荷 F/kN	5.0
最大剪切应力 $\tau_{\max}/\text{MPa}$	340.0
最大允许拉伸变形 $\delta_{\max}/\text{mm}$	206.1
优化时间 T/min	0.04

3.3.2 基于有限元的优化 弹簧圈形状和 n 、 D 、 d 以表 2 结果作为初始值,设定 η_1 、 η_2 、 η_3 和 η_4 的初值为 1,采用零阶方法进行优化。优化的第一步中在拉伸变形为 206 mm 时弹簧结构剪切应力如图 7 所示。

由图 7 可以看出,有限元仿真的最大应力 340.806 MPa 与理论公式的计算结果 340 MPa 相差仅 0.2%,有限元模型中载荷 4 966 N 与理论公式的 5 kN 相差 0.7%,验证了两种模型的一致性,可以采用两种模型进行优化设计。

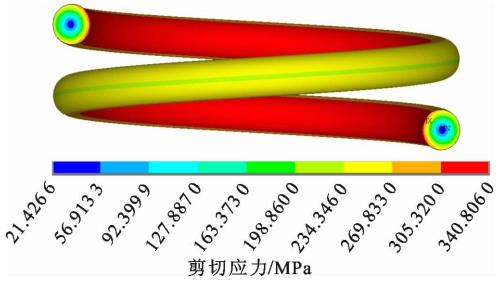


图 7 弹簧结构剪切应力

优化过程中当弹簧最大允许拉伸变形在连续 30 次迭代中变化小于 0.1%时,则优化过程收敛并取得最优解。图 8 给出了基于两步式优化策略的弹簧允许拉伸变形随迭代次数的变化情况,第 69 次迭代取得最优解。表 3 给出了基于有限元方法和两步式优化策略的最终优化结果的比较。

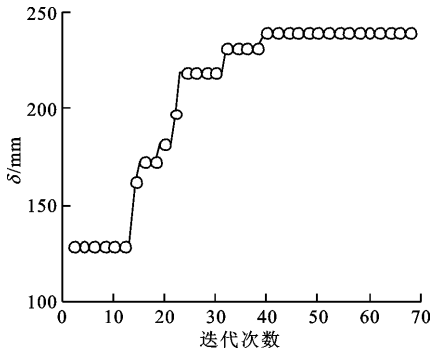


图 8 两步式优化策略的弹簧允许拉伸变形随迭代次数的变化情况

表 3 基于有限元方法和两步式优化策略的优化结果的比较

参数	数值		差别/%
	两步式	有限元	
簧圈形状	圆形	圆形	
圈数 n	11.5	10.5	
圆柱弹簧中径 D/mm	199.8	199.6	
弹簧丝直径 d/mm	20.3	19.1	
形状变量 η_1	0.889	0.923	
形状变量 η_2	1.009	1.157	
形状变量 η_3	1.134	1.242	
形状变量 η_4	1.170	1.254	
最大载荷 F/kN	5.0	5.2	-3.85
最大允许拉伸变形 $\delta_{\max}/\text{mm}$	241.3	211.1	14.31
最大剪切应力 $\tau_{\max}/\text{MPa}$	340.0	340.0	
优化时间 T/min	27.5	62.3	-55.86
优化次数	69	155	-55.48

由表 3 可见,在最终优化目标方面,两步式优化

策略的最大允许拉伸变形比基于有限元方法的优化结果大 14.31%,这是因为采用基于有限元方法的优化和表 1 的初值导致了局部最优解,而两步式优化策略避免了这个问题。对比两种方法的优化时间可以看出,两步式优化策略比基于有限元方法的优化时间减少了 55.86%,证明了本文方法具有更高的效率。

另外,比较表 2 和表 3 可见,保持优化的约束条件不变的情况下,考虑横截面形状优化后,弹簧的最大允许拉伸变形由 206 mm 增加到 241 mm,增加了 17.1%,表明了考虑横截面优化可以提高最优解的性能。

4 结 论

本文针对多变量、多约束的螺旋弹簧优化设计问题,提出了结合基于理论公式的弹簧优化和基于有限元方法的弹簧优化的两步式优化策略。对一个弹簧算例进行了优化,通过比较基于有限元方法的优化与两步式优化策略的花费时间和最终优化结果,验证了两步式优化策略的高效性,得到如下结论。

(1)首先采用基于理论公式的优化方法对弹簧几何尺寸进行优化,再通过基于有限元方法的优化以最优几何尺寸为初值对几何尺寸和弹簧丝横截面形状进行优化是可行的。

(2)本文提出的两步式优化策略,与基于有限元方法的优化相比,最终优化结果的计算时间减少了 55.86%。

(3)两步式优化策略的最大允许拉伸变形比基于有限元方法的优化结果大 14.31%。两步式优化策略在一定程度上可以改善基于有限元方法的优化过程中出现局部最优解的情况。

参考文献:

- [1] 劳悦敏,黄斌,陈军明,等. SMA 螺旋弹簧消能支撑对框架结构的减震控制研究 [J]. 武汉理工大学学报, 2017, 39(8): 46-51.
- LAO Yuemin, HUANG Bin, CHEN Junming, et al. Study on aseismic control of frame structure with SMA helical spring energy dissipation brace [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2017, 39(8): 46-51.
- [2] 贺李平,王国丽,刘建勇,等. 汽车减震器弹簧下座的疲劳仿真分析及结构优化 [J]. 北京理工大学学报, 2011, 31(1): 33-37.

HE Liping, WANG Guoli, LIU Jianyong, et al. Fatigue analysis and structural optimization for spring-seat lower of automobile strut assembly [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2011, 31(1): 33-37.

- [3] 陶元芳,刘亚倩,高友山. 弹簧储能密度理论研究 [J]. 机械设计与制造, 2018(11): 96-99.
- TAO Yuanfang, LIU Yaqian, GAO Youshan. The theory research of spring energy storage density [J]. Machinery Design and Manufacture, 2018(11): 96-99.
- [4] 赵瑞学,钱林方,陈龙森,等. 某旋转药室火炮卡弹机构弹簧优化设计 [J]. 南京理工大学学报(自然科学版), 2010, 34(6): 775-780.
- ZHAO Ruixue, QIAN Linfang, CHEN Longmiao, et al. Optimization design for cartridge retaining mechanism springs of gun with rotating chamber [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology (Natural Science), 2010, 34(6): 775-780.
- [5] 张光焱. 圆柱形螺旋压缩弹簧的一致性设计思想 [J]. 机械设计与制造, 2005(2): 24-26.
- ZHANG Guangyan. The consistency design thought of cylindrical spiral compressed spring [J]. Machinery Design and Manufacture, 2005(2): 24-26.
- [6] 于洋,赵钰薇,刘颖. 矩形截面扭转弹簧设计与分析 [J]. 煤炭技术, 2018, 37(4): 196-198.
- YU Yang, ZHAO Yuwei, LIU Ying. Design and analysis of torsion spring with rectangle cross section [J]. Coal Technology, 2018, 37(4): 196-198.
- [7] 马慧明,张亚,李世中,等. 空间受限的引信圆柱螺旋压缩弹簧设计反推算法 [J]. 中北大学学报(自然科学版), 2012, 33(5): 530-537.
- MA Huiming, ZHANG Ya, LI Shizhong, et al. Reverse calculation method about design of cylinder helix compression spring in limited space for fuze [J]. Journal of North University of China (Natural Science Edition), 2012, 33(5): 530-537.
- [8] 方子帆,郑小伟,何孔德,等. 多段式组合变刚度悬架螺旋弹簧设计与研究 [J]. 机械设计与研究, 2018, 34(6): 75-79.
- FANG Zifan, ZHENG Xiaowei, HE Kongde, et al. Design and research of multistage combined variable stiffness suspension spiral spring [J]. Machine Design and Research, 2018, 34(6): 75-79.
- [9] 张英会,刘辉航,王德成. 弹簧手册 [M]. 2 版. 北京:机械工业出版社, 2010: 401-404.
- [10] 周尧,张丰华,田津,等. 基于 Matlab 的圆柱螺旋弹簧设计计算与优化 [J]. 机械研究与应用, 2015, 28(1): 124-125.

- ZHOU Yao, ZHANG Fenghua, TIAN Feng, et al. Calculation and optimization design of cylinder helix spring based on MATLAB [J]. Mechanical Research and Application, 2015, 28(1): 124-125.
- [11] 唐应时, 付建朝, 姚汉波, 等. 两片变截面变刚度钢板弹簧遗传优化设计 [J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2011, 38(10): 39-43.
- TANG Yingshi, FU Jianchao, YAO Hanbo, et al. Optimal design of taper leaf spring with variable stiffness based on genetic algorithms [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2011, 38(10): 39-43.
- [12] 李占芳, 全军令, 李威. 单气室油气弹簧的优化设计研究 [J]. 振动与冲击, 2011, 30(4): 166-172.
- LI Zhanfang, TONG Junling, LI Wei. Optimal design of a single chamber hydropneumatic spring [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(4): 166-172.
- [13] 张世安, 黄靖远, 郭惠昕. 圆柱螺旋弹簧的优化设计 [J]. 水利电力机械, 2001(6): 11-12.
- ZHANG Shian, HUANG Jingyuan, GUO Huixin. The optimal design of cylindrical spiral spring [J]. Water Conservancy and Electric Power Machinery, 2001(6): 11-12.
- [14] SEPULVEDA A E, EPSTEIN L. The repulsion algorithm, a new multistart method for global optimization [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 1996, 11(3/4): 145-152.
- [15] 李红艳. 基于 ANSYS 的圆柱螺旋弹簧的强度与疲劳寿命分析 [J]. 机械设计与制造, 2010(10): 92-93.
- LI Hongyan. Strength and fatigue life analysis of the cylindrically helical spring based on ANSYS [J]. Machinery Design and Manufacture, 2010(10): 92-93.
- [16] 詹博文, 孙凌玉, 黄彬城, 等. 车用复合材料螺旋弹簧的设计与优化 [J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(7): 1520-1527.
- ZHAN Bowen, SUN Lingyu, HUANG Bincheng, et al. Design and optimization of automotive composite helical spring [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(7): 1520-1527.
- [17] 董世民, 朱葛. 基于数值仿真的泵阀变刚度弹簧设计与优化 [J]. 农业工程学报, 2018, 34(15): 50-57.
- DONG Shimin, ZHU Ge. Design and optimization of variable stiffness spring for pump valve based on numerical simulation [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2018, 34(15): 50-57.
- [18] 商跃进, 王红. 变刚度弹簧组系统优化设计 [J]. 铁道学报, 2006(6): 51-54.
- SHANG Yuejin, WANG Hong. Optimized design of variable-stiffness spring combinations system [J]. Journal of the China Railway Society, 2006(6): 51-54.
- [19] 胡宗陵. 关于密圈螺旋弹簧的变形分析 [J]. 华东交通大学学报, 1985(1): 125-128.
- HU Zongling. Deformation analysis of the close-wound helical spring [J]. Journal of East China Jiaotong University, 1985(1): 125-128.
- [20] 冯金芝, 李原, 郑松林, 等. 一种三段式悬架变刚度螺旋弹簧设计研究 [J]. 机械设计与制造, 2016(9): 201-204.
- FENG Jinzhi, LI Yuan, ZHENG Songlin, et al. Study on design of a three-section variable stiffness spring of passive suspension [J]. Machinery Design and Manufacture, 2016(9): 201-204.
- [21] 石丽娜, 曾红, 刘淑芬. 基于 ANSYS 的变刚度螺旋弹簧优化设计 [J]. 辽宁工业大学学报(自然科学版), 2009, 29(1): 44-47.
- SHI Lina, ZENG Hong, LIU Shufen. Optimized design of variable stiffness spiral spring based on ANSYS [J]. Journal of Liaoning University of Technology (Natural Science Edition), 2009, 29(1): 44-47.

(编辑 武红江)